OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

BAREM CORECTARE – ETAPA JUDEȚEANĂ

CLASA a VI-a 6.03.2026

Subiectul 1. (25 puncte)

a) Fie mulțimile $A = \left\{x \in \mathbb{N} \middle| \frac{12}{x+2} \in \mathbb{N}\right\}$ și $B = \left\{x \in \mathbb{N} \middle| \frac{18}{x-1} \in \mathbb{N}\right\}$. Calculați $A \cup B, A \cap B, A - B$

b) Arătați că numărul $N = 7^2 + 7^4 + 7^6 + \cdots + 7^{200}$ este divizibil cu 350.

Soluție:

a) $(x+2)|12 \Rightarrow (x+2) \in D_{12} = \{1,2,3,4,6,12\} \Rightarrow A = \{0, 1, 2, 4, 10\}$ ....**(5p)**

$(x-1)|18 \Rightarrow (x-1) \in D_{18} = \{1,2,3,6,9,18\} \Rightarrow B = \{2, 3, 4, 7, 10, 19\}$ ....**(5p)**

$A \cup B = \{0,1,2,3,4,7,10,19\}$..**(2p)**

$A \cap B = \{2,4,10\}$ ....**(2p)**

$A - B = \{0,1\}$ ....**(1p)**

b) $N = 7^2 \cdot (1+7^2) + 7^6 \cdot (1+7^2) + \cdots + 7^{198} \cdot (1+7^2) = 50 \cdot (7^2 + 7^6 + \cdots + 7^{198})$ ....**(5p)**

$$\left.\begin{array}{r} N \vdots 50 \\ N \vdots 7 \\ (7,50) = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow N \vdots 350$$ ....**(5p)**

Subiectul 2. (25 puncte)

Sandală îl provoacă pe Pantof să afle numerele de trei cifre care dau același rest nenul la împărțirea cu 4, 5 și 6, cu restul număr prim. Sandală îi va da lui Pantof o sumă de lei egală cu suma acelor numere aflate de Pantof care sunt mai mari decât 500 și divizibile cu 7. Ce sumă de bani trebuie să-i dea Sandală lui Pantof?

Soluție:

$$\left.\begin{array}{l} n = 4 \cdot c_1 + R, R < 4 \\ n = 5 \cdot c_2 + R, R < 5 \\ n = 6 \cdot c_3 + R, R < 6 \end{array}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{array}{l} n - R = 4 \cdot c_1 \\ n - R = 5 \cdot c_2 \\ n - R = 6 \cdot c_3 \end{array}\right\} \Rightarrow n - R \in M_{[4,5,6]} \Longrightarrow n - R \in M_{60}$$ ....**(10p)**

Pentru $R = 2$, avem $n \in \{542, 602, 662, 722, 782, 842, 902, 962\}$..**(5p)**

Pentru $R = 3$, avem $n \in \{543, 603, 663, 723, 783, 843, 903, 963\}$..**(5p)**

Numerele divizibile cu 7 sunt: 602 și 903...**(3p)**

Atunci $S = 602 + 903 = 1505$...**(2p)**

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine”
Anton Pann

Felicitări!

Subiectul 3. (20 puncte)

Numerele naturale a și b sunt invers proporționale cu 6 și 5, iar numerele naturale b și c sunt invers proporționale cu 4 și 3. Să se determine suma celor mai mici valori naturale ale numerelor a, b și c astfel încât $a^2 + b^2 + c^2$ să fie cub perfect.

Soluție:

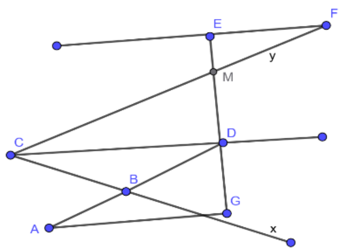
$a \cdot 6 = b \cdot 5\,, 4 \cdot b = 3 \cdot c$ .... **(4p)**
$a = \frac{5b}{6}, c = \frac{4b}{3}$ .... **(4p)**
$a^2 + b^2 + c^2 = \frac{125 \cdot b^2}{36}$ .... **(4p)**
$a^2 + b^2 + c^2 = \frac{125 \cdot b^2}{36} \in \mathbb{N}$, cub perfect $\Rightarrow b = 6, a = 5, c = 8$ .... **(4p)**
$S = a + b + c = 19$ .... **(4p)**

Subiectul 4. (20 puncte)

Pe bisectoarea unui unghi $\sphericalangle xCy$ se ia un punct D. Paralela prin D la Cy taie Cx în B, iar perpendiculara din D pe CD taie Cy în M. Fie A un punct pe dreapta BD astfel încât B este între A și D. Pe dreapta DM luăm punctul G astfel încât C și G să fie în semiplane opuse față de AB, iar $\sphericalangle DAG = 2 \cdot \sphericalangle ADC - 21°$. O paralelă la AG taie GD în E și CM în F, astfel încât M să fie între D și E. Știind că $\sphericalangle DEF = \sphericalangle ABC + 5°$, aflați măsura unghiului dreptelor CF și DE.

Gazeta Matematică, nr 11/2025

Soluție:



fie $x = \sphericalangle xCD = \sphericalangle yCD, a = \sphericalangle DMC \Rightarrow x + a = 90°$......**4p**
$AD \parallel CM \Rightarrow \sphericalangle ADC \equiv \sphericalangle DCM = x\ (alt. int)$ **4p**
Atunci $\sphericalangle DAG = 2x - 21°, \sphericalangle ADG = 90° - x$ **4p**
$AG \parallel EF \Rightarrow \sphericalangle AGD \equiv \sphericalangle FEM = 2x + 5°$ **4p**
În ΔAGD avem
$2x + 5° + 2x - 21° + 90° - x = 180° \Rightarrow x = 35°20' \Rightarrow a = 54°40'$ ..**4p**